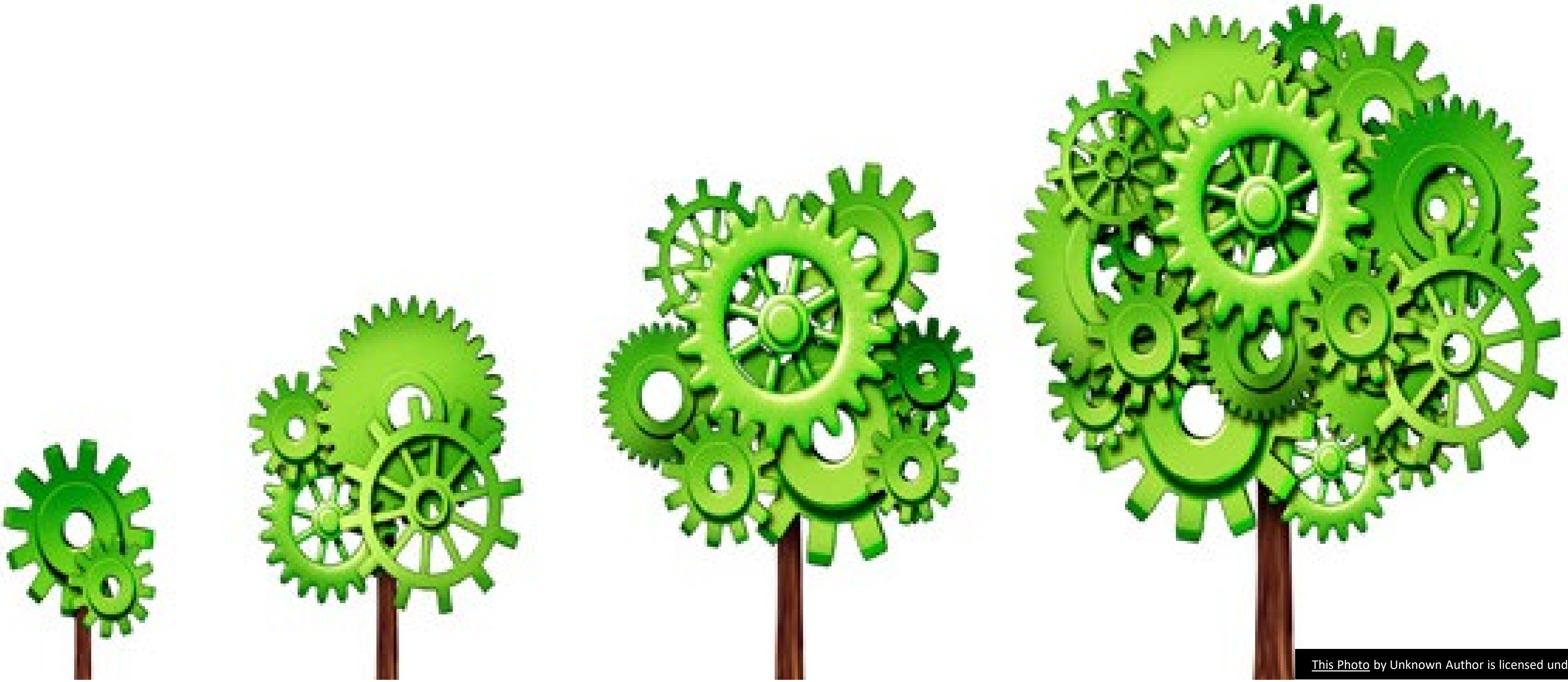
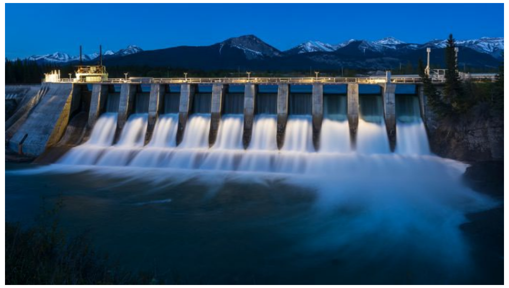


F5. SOK-2011: Økonomisk vekst

Solow-modellen med naturressurser og policy implikasjoner

Solow-modellen med naturressurser

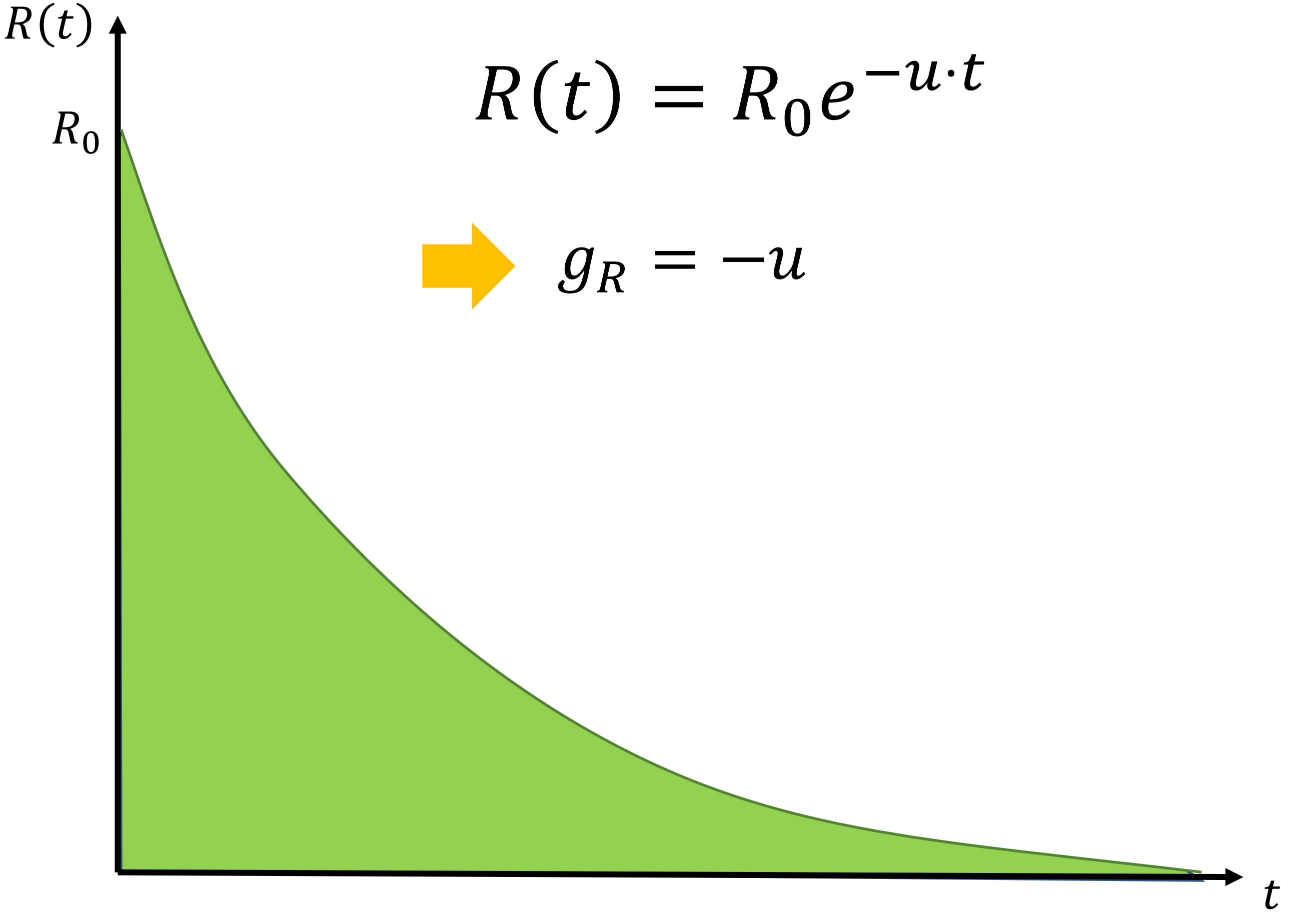


$$R(t)$$

Solow-modellen med naturressurser

$$R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$$

$$\Rightarrow \quad g_R = -u$$



Solow-modellen med naturressurser

Solow-modellen BAS (ingen teknologi):

Produksjon per arbeider blir bestemt av kapital per arbeider: $y(t) = k(t)^{\alpha}$.

Veksten i produksjon per arbeider drivs kun av veksten i kapital per arbeider: $g_y(t) = \alpha g_k(t)$

I steady state vokser <u>total</u> kapital med samme rate som arbeidskraften: $s \cdot \frac{Y(t)}{K(t)} = n$

I steady state er kapitalintensiteten konstant, hvilket fører til at produksjon per innbygger er konstant: $g_y^{ss} = 0$

Solow-modellen med naturressurser (ingen teknologi):

En produksjonsfaktor (naturressurser) <u>MINKER</u> over tid!

I hver tidsperiode finnes det mindre av naturressursene → mindre naturressurs per arbeider (innbygger)

I hver tidsperiode blir befolkningen større → ENDA mindre naturressurs per arbeider (innbygger)

⇨ Dersom kapitalintensiteten er konstant og det <u>ikke er teknologisk utvikling</u>, vil vekstraten i produksjon per arbeider være <u>NEGATIV</u> i steady state!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

<u>Effektiv mengde naturressurser</u>

$$\underline{R} = q_R(t) \cdot R(t)$$

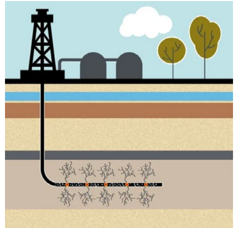
$R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$ Mengde naturressurser Vekstrate i $R(t)$: $-u$

$q_R(t) = e^{h \cdot t}$ $\boxed{\text{Kvalitet på naturressurser}}$ Vekstrate i $q_R(t)$: h $h \gtreqless 0$









Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

Total produksjon

Generell produksjonsfunksjon

$$\underline{K}(t) = q_K(t) \cdot K(t)$$

$$\underline{R}(t) = q_R(t) \cdot R(t)$$

$$Y(t) = A(t) \cdot F(\underline{K}(t), \underline{L}(t), \underline{R}(t))$$

$$\underline{L}(t) = q_L(t) \cdot L(t)$$

Alle andre antagelser er lik

- ★ $L(t) \quad = L_0 e^{nt}$
- ★ $I(t) \quad = S(t)$
- ★ $S(t) \quad = s \cdot Y(t) = \dfrac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivitet
- ★ Lukket økonomi

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

<u>Total produksjon</u>

$\underline{K}(t) = q_K(t) \cdot K(t)$

$\underline{L}(t) = q_L(t) \cdot L(t)$

$\underline{R}(t) = q_R(t) \cdot R(t)$

Spesifikk produksjonsfunksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot \left(q_K(t) \cdot K(t)\right)^{\alpha} \cdot \left(q_L(t) \cdot L(t)\right)^{\beta} \cdot \left(q_R(t) \cdot R(t)\right)^{\gamma}$$

$$0 < \alpha, \beta, \gamma < 1, \qquad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

$A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$	Total faktorproduktivitet (Hicks-netural teknologi)	Vekstrate: g_A
$q_K(t) = e^{jt}$	Kvalitetsindeks til kapital	Vekstrate: j
$q_L(t) = e^{mt}$	Kvalitetsindeks til arbeid (Harrod-neutral teknologi)	Vekstrate: m
$R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$	Mengde naturressurser	Vekstrate: $-u$
$q_R(t) = e^{h \cdot t}, \qquad h \gtreqless 0$	Kvalitet på naturressurser	Vekstrate: h

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

Total produksjon

$$Y(t) = A_0 \cdot e^{g_A t} \Big(\underbrace{e^{j\cdot t}}_{q_K(t)} \cdot K(t)\Big)^{\alpha} \cdot \Big(\underbrace{e^{m\cdot t}}_{q_L(t)} \cdot L(t)\Big)^{\beta} \cdot \Big(\underbrace{e^{ht}}_{q_R(t)} \cdot \underbrace{R_0 e^{-u\cdot t}}_{R(t)}\Big)^{\gamma}$$

$$\Rightarrow \quad Y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A+\alpha j+\beta m+\gamma h)\cdot t}\, K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{\beta} \cdot R_0{}^{\gamma} \cdot e^{-\gamma u t}$$

Produksjon per arbeider

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A+\alpha j+\beta m+\gamma h)\cdot t}\, K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{\beta-1} \cdot R_0{}^{\gamma} \cdot e^{-\gamma u t}$$

- ★ $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★ $q_K(t) = e^{jt}$
- ★ $q_L(t) = e^{mt}$
- ★ $q_R(t) = e^{h\cdot t}$
- ★ $R(t) = R_0 e^{-u\cdot t}$

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A+\alpha j+\beta m+\gamma h)\cdot t}\, K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{\beta-1} \cdot {R_0}^{\gamma} \cdot e^{-\gamma u t}$$

- $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- $q_K(t) = e^{j\cdot t}$
- $q_L(t) = e^{m\cdot t}$
- $q_R(t) = e^{h\cdot t}$
- $R(t) = R_0 e^{-u\cdot t}$

Vekst i produksjon per arbeider **i, og utenom, steady state**

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \frac{\frac{\partial K(t)}{\partial t}}{K(t)} + (\beta - 1)n - \gamma u$$

Ved å substituere for $\frac{\frac{\partial K(t)}{\partial t}}{K(t)}$, løfte ut γu ur parentesen og bruke at $1 - \alpha - \beta = \gamma$, kan vi skrive om uttrykket for g_y

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha\left(\frac{sy(t) - nk}{k(t)}\right) - \gamma(u + n)$$

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

Vekst i produksjon per arbeider **i, og utenom, steady state**

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \frac{\frac{\partial K(t)}{\partial t}}{K(t)} + (\beta - 1)n - \gamma u$$

$$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = s \cdot Y(t) \rightarrow \qquad g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \frac{s \cdot Y(t)}{K(t)} + (\beta - 1)n - \gamma u$$

$$\frac{s \cdot Y(t)}{K(t)} = \frac{s \cdot Y(t)/L(t)}{K(t)/L(t)} = \frac{s \cdot y(t)}{k(t)} \rightarrow \qquad g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \frac{s \cdot y(t)}{k(t)} + (\beta - 1)n - \gamma u$$

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

<u>Vekst i produksjon per arbeider **i, og utenom, steady state**</u>

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \frac{s \cdot y(t)}{k(t)} + (\beta - 1)n - \gamma u$$

Legg til og dra vekk $\alpha \cdot n$: $\alpha \cdot n - \alpha \cdot n = 0$

Årsak: vi ønsker å ta fram et uttrykk som viser vekstraten i kapitalintensiteten

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \underbrace{\left(\frac{s \cdot y(t) - n \cdot k(t)}{k(t)}\right)}_{\frac{\frac{\partial k(t)}{\partial t}}{k(t)} = g_k(t)} + (\alpha + \beta - 1)n - \gamma u$$

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

<u>Vekst i produksjon per arbeider **i, og utenom, steady state**</u>

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \left(\frac{s \cdot y(t) - n \cdot k(t)}{k(t)} \right) + \underbrace{(\alpha + \beta - 1)}n - \gamma u$$

Bruk at $\alpha + \beta - 1 = -(1 - \alpha - \beta) = -\gamma$

$$g_y(t) = (g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) + \alpha \cdot \left(\frac{s \cdot y(t) - n \cdot k(t)}{k(t)} \right) - \gamma \cdot (u + n)$$

Se video!

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

Vekst i produksjon per arbeider **i, og utenom, steady state**

$$g_y(t) = \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} + \alpha \underbrace{\left(\frac{sy(t) - nk}{k(t)}\right)} - \gamma \underbrace{(u + n)}$$

Vekst i teknologi og kvalitet på produksjonsressurser

Vekst i kapital per arbeider

Reduksjon i natur-ressurser per arbeider

★ $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$

★ $q_K(t) = e^{jt}$

★ $q_L(t) = e^{mt}$

★ $q_R(t) = e^{h \cdot t}$

★ $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

Vekst i produksjon per arbeider **i steady state**

Årsak: I steady-state vil $g_k^{ss} = g_y^{ss}$

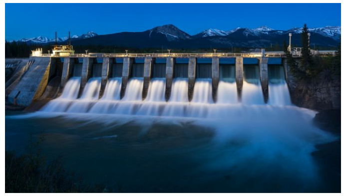
$$g_y(t) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} - \frac{\gamma}{1-\alpha}(u + n)$$

Solow-modellen **med teknologi og** naturressurser

Vekst i produksjon per arbeider i steady state

$$g_y(t) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \underbrace{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)}_{\theta} - \frac{\gamma}{1-\alpha}(u+n)$$

- ★ $A(t) = A_0 \cdot e^{g_A t}$
- ★ $q_K(t) = e^{jt}$
- ★ $q_L(t) = e^{mt}$
- ★ $q_R(t) = e^{h \cdot t}$
- ★ $R(t) = R_0 e^{-u \cdot t}$

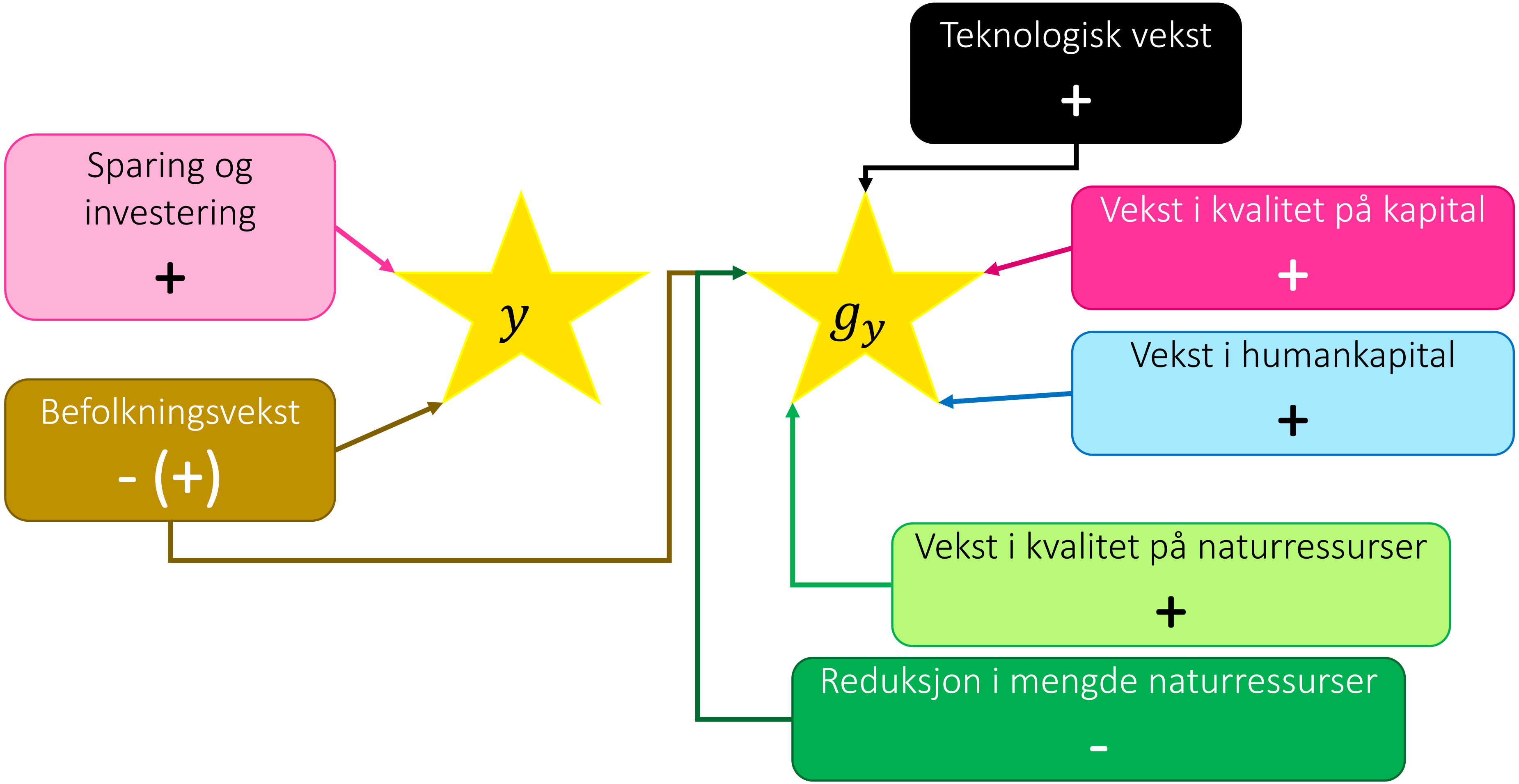


Spørsmål:

Hvordan og hvorfor påvirker endelige naturressurser:

1) Nivået på BNP per innbygger?
2) Vekstraten i BNP per innbygger?

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**



Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

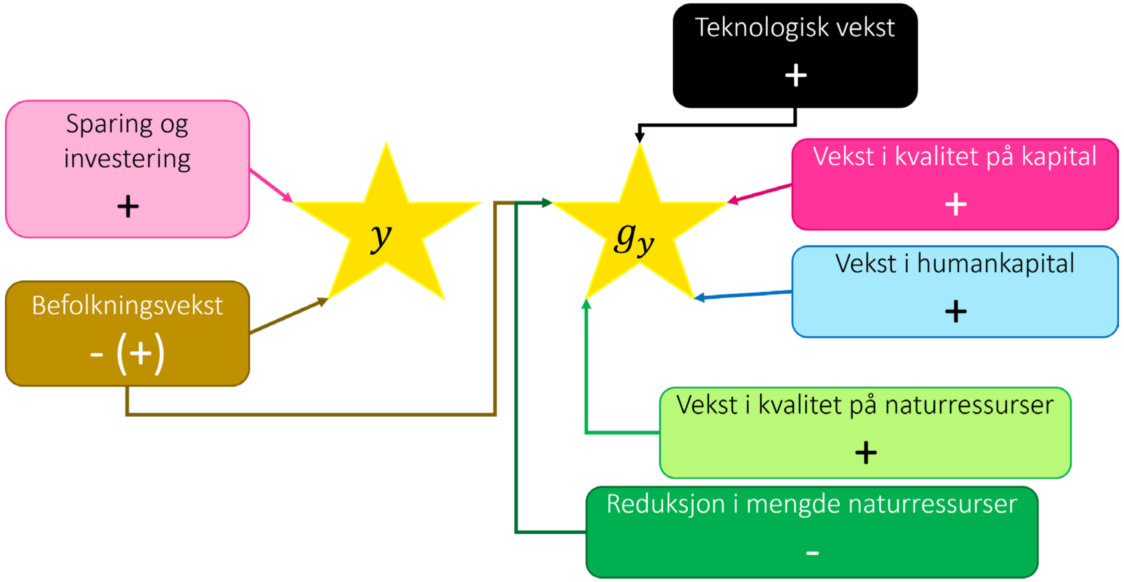
Prediksjoner:
Land som har høy s, lav n, høy A, mye humankapital, og mye naturressurser vil være rike

Veksten i steady state drivs av veksten i teknologien (inklusive kvaliteten til produksjonsfaktorene).

Endelige ressurser lager en «growth drag»

Konvergens (vil fattige land komme i kapp rike land)?

Dersom ulike land har ulike mye naturressurser og ulik teknologi kan forskjeller i produksjon per arbeider bestå over tid



Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Hvordan øke ressursene tilgjengelige for investering i fysisk kapital (og øke sannsynligheten at investeringene blir av)?

Sparing og investering i **fysisk** kapital

+

Økt sparing

- ❖ Lave skatter på sparing
- ❖ Lav, stabil, inflasjon
- ❖ Overskudd i offentlige finanser

Økte investeringer

- ❖ Lave kostnader for investeringer
- ❖ Høy forventet avkastning på investeringer
- ❖ Lav usikkerhet

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Sparing og investering

+

Hvilket land ville du ha investert i, og hvorfor?

Venezuela

Et av de 10 rikeste landene i verden når det kommer til naturressurser

Sverige

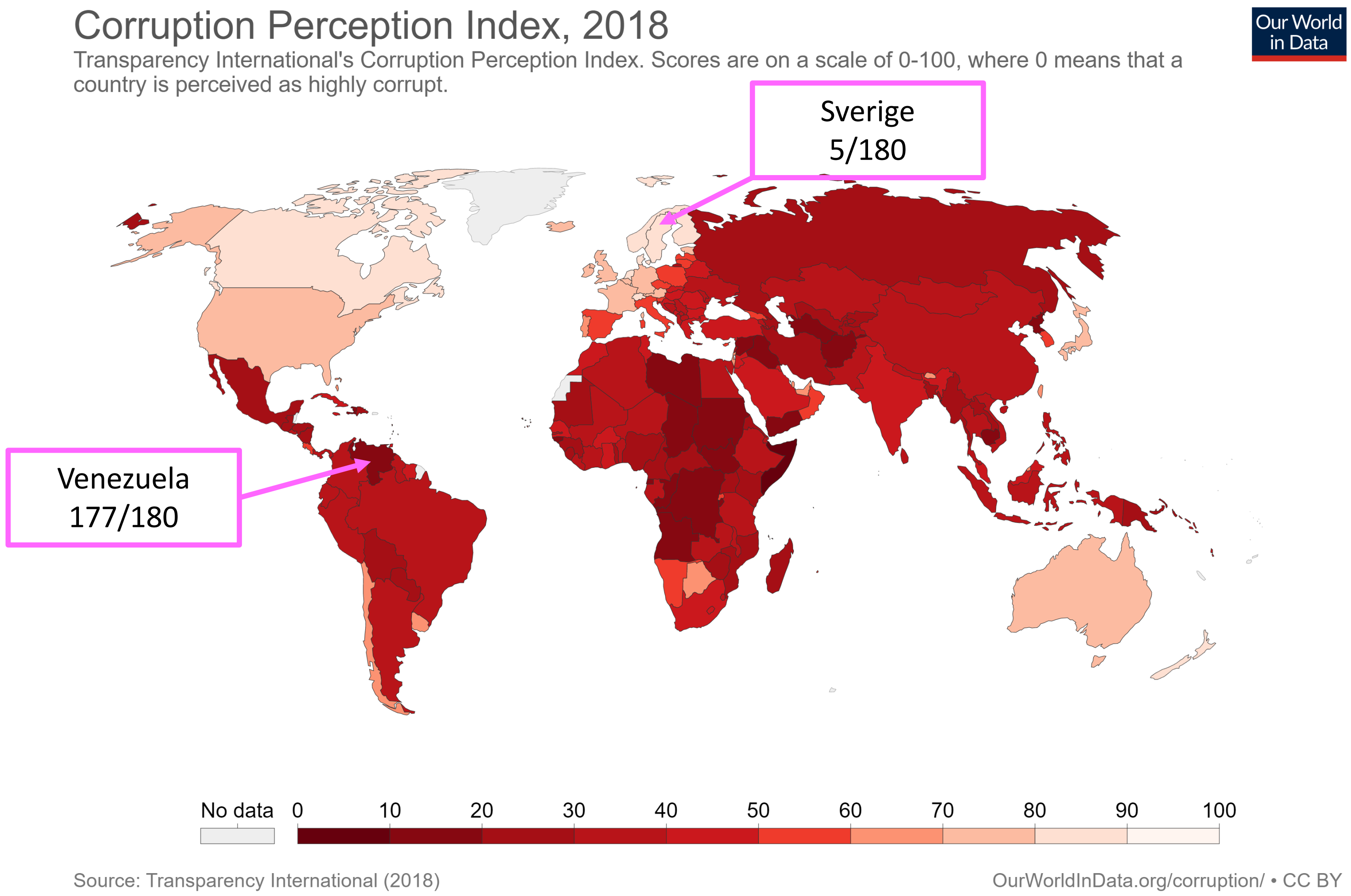
Noe rikt på naturressurser

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Sparing og investering

+



Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Sparing og investering

+

Kostnad og tid brukt til å starte opp en bedrift

Land	Antall arbeidsdager	Kostnad (% av BNP per capita)
USA	4	1 %
Norway	4	0.80 %
Sweden	7,5	0.50 %
China	9	1.10 %
Germany	8	6.50 %
Zimbabwe	27	76.60 %
Ethiopia	32	45.40 %
Congo. Rep	49	16.60 %
Haiti	97	179.70 %
Venezuela	230	211.80 %

Årsaker til høye kostnader:
Ineffektiv byråkrati
Korrupsjon

https://www.doingbusiness.org/en/data/exploretopics/starting-a-business

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

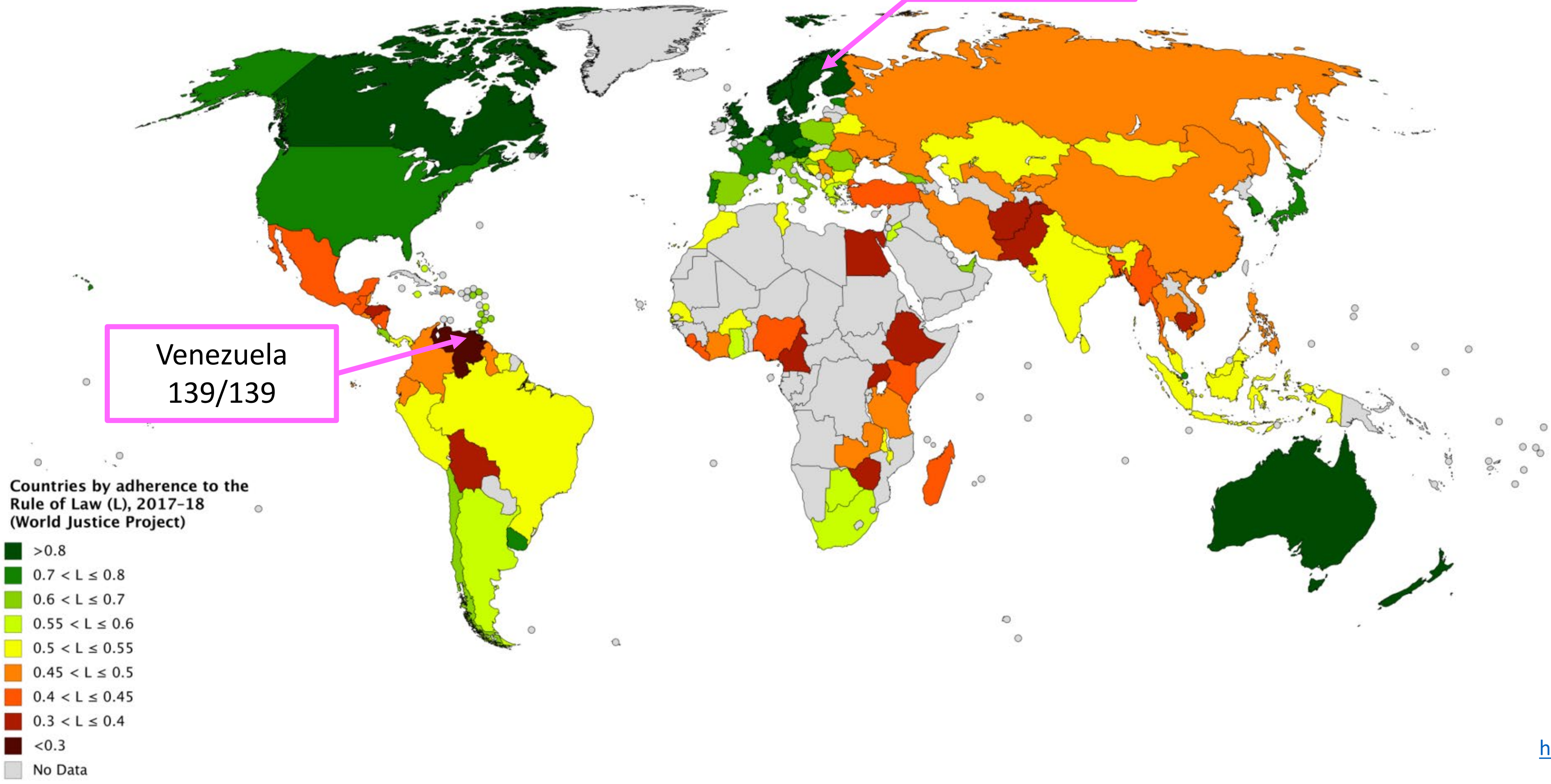
Sparing og investering

+

Rettsikerhet

Sverige
4/139

Venezuela
139/139



https://en.wikipedia.org/wiki/World_Justice_Project

Full data
https://worldjusticeproject.org/rule-of-law-index/global

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Positive eksternaliteter

Investeringer i **human**kapital

+

Mangel på sikkerhet for investering

Økte investeringer

- Offentlig finansiert utdanning
- Høy kvalitet på lærer (offentlige investeringer)
- Høy kvalitet på fysisk kapital i utdanningssystemet (offentlige investeringer)

- Lave kostnader for investeringer
- Høy forventet avkastning på investeringer
- Lav usikkerhet

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Investeringer i **human**kapital

+

Rett til utdanning

Kostnad for utdanning

Direkte kostnader

Indirekte kostnader

Forventet avkastning på utdanning

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

Hvordan får vi til teknologisk utvikling?

Offentlig finansiering

Et individs bruk av godet minker ikke andres nytte av godet

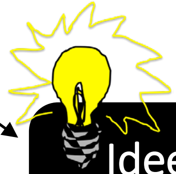
Ikke-rivaliserende

Produsenten kan ikke hindre noen fra å bruke godet

Noen ganger ikke-eksluderbare

Under fullkommen konkurranse vil for få ideer bli produserte

Patent



Ideer
FoU

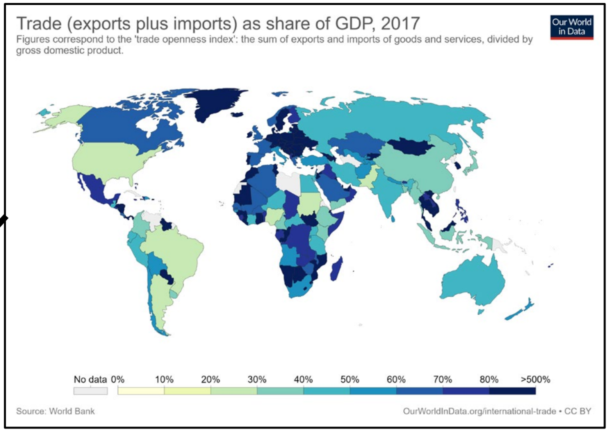
Produksjon av ny teknologi

Tiltakende skala-utbytte

Teknologi
+

Handel

Spredning av teknologi



Liten marked

Stor marked

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Policy implikasjoner

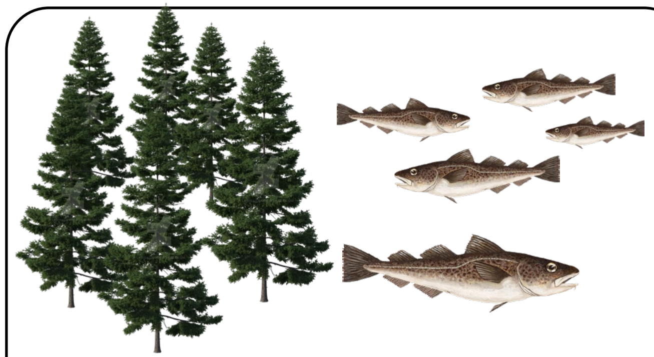
Teknologi

+

Naturressurser

+

Regler for bærekraftig høsting



Regler for **hvor mye** det er lov å utvinne (kvoter)

Regler for **når** det er lov å utvinne (alder/størrelse)

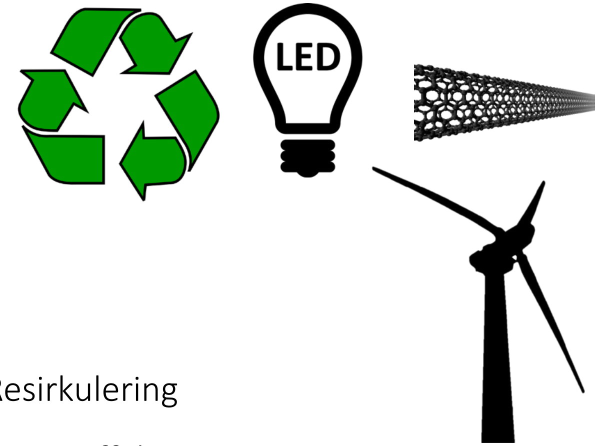
Økt effektivitet i utvinning
(reduksjon i sløseri)

Forbedring i verktøy/metode for utvinning

Regler for maskestørrelse på fiskenett

Regler for metode (f.eks avskoging, tråling)

Økt effektivitet i bruk



Resirkulering

Energieffektivisering

Bytte av materialer fra ikke fornybare til fornybare

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Begrensninger

Fokus på lang sikt:

Produksjonen drivs av tilbudet (produksjonsmulighetene)

Modellen ser vekk ifra svingninger i priser og etterspørsel

«In the long run, we're all dead» (John Maynard Keynes)

Konjunkturer, og inflasjon, kan ha effekter <u>både</u> på kort OG lang sikt.

- Økt strukturell arbeidsledighet og uførhet (økt forsørgelsesbyrde)
- Lavere investeringer i kapital og FoU (mindre vekst i kapitalintensitet og teknologisk vekst)
- Forverrete offentlige finanser (mindre offentlige investeringer i q_K, q_L, q_R, A

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Begrensninger

Forenklinger:

Konstante og eksogent gitte parametere: $s, n, \alpha, \beta, \gamma, g_A, j, m$

- ❖ Spareraten avhenger en rekke faktorer (inntekt, usikkerhet om framtiden, lover og regler, demografi)
- ❖ Befolkningsvekstraten avhenger sannsynligvis både inntekt og usikkerhet om framtiden
- ❖ Andelen i befolkningen som jobber varierer mellom land og over tid (avhenger demografi og økonomiske insentiver)
- ❖ Produksjonselastisiteten (hvor viktig en produksjonsfaktor er) avhenger teknologisk utvikling
- ❖ Teknologisk vekst avhenger tilgjengelig teknologi, kvaliteten til arbeidskraften, regler og lover, størrelse på markedet med mere med mere

Solow-modellen **med teknologi og naturressurser**

Begrensninger

Likevel….

- Vekstmodeller gir oss viktig kunnskap om faktorer som driver, og begrenser, vekst i materiell velferd.
- Med kunnskap om enklere vekstmodeller kan vi bygge mer avanserte simuleringsmodeller som kan løses ved bruk av datamaskiner (men som ikke gir like tydelige analytiske resultater).