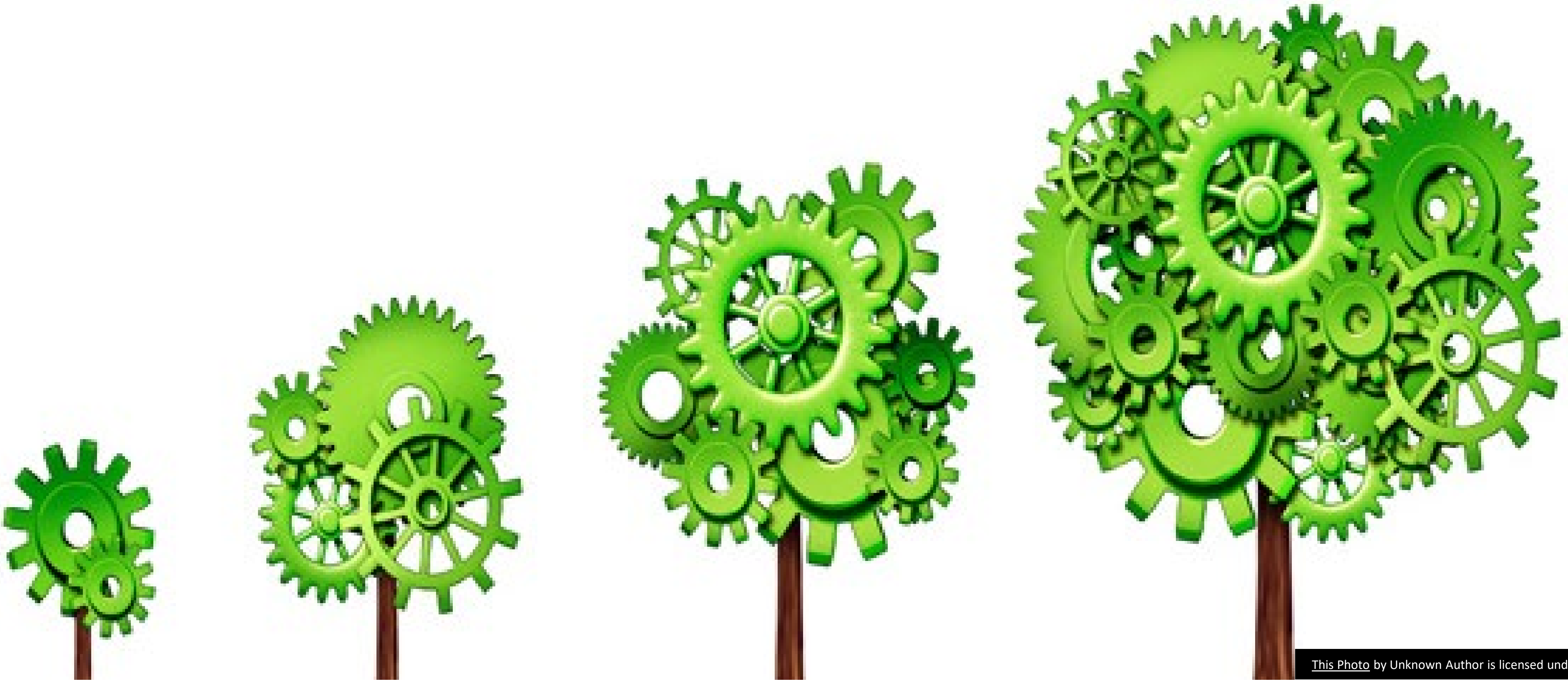


F4. SOK-2011: Økonomisk vekst

Konvergensteori og Solow-modellen med teknologisk utvikling

Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

1. Betingelsesløs konvergens

Prediksjon:

Dersom to land har <u>ulik</u> nivå på BNP per arbeider, men <u>samme</u>…

- Produksjonsfunksjon (f.eks. $Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha}$)
- Sparerate (f.eks $s = 0.1$)
- Befolkningsvekstrate (f.eks $n = 0.02$)
- Depresieringsrate i kapitalen (f.eks $\delta = 0.005$)

Vil…

- Det fattigere landet vokse raskere enn det rike landet

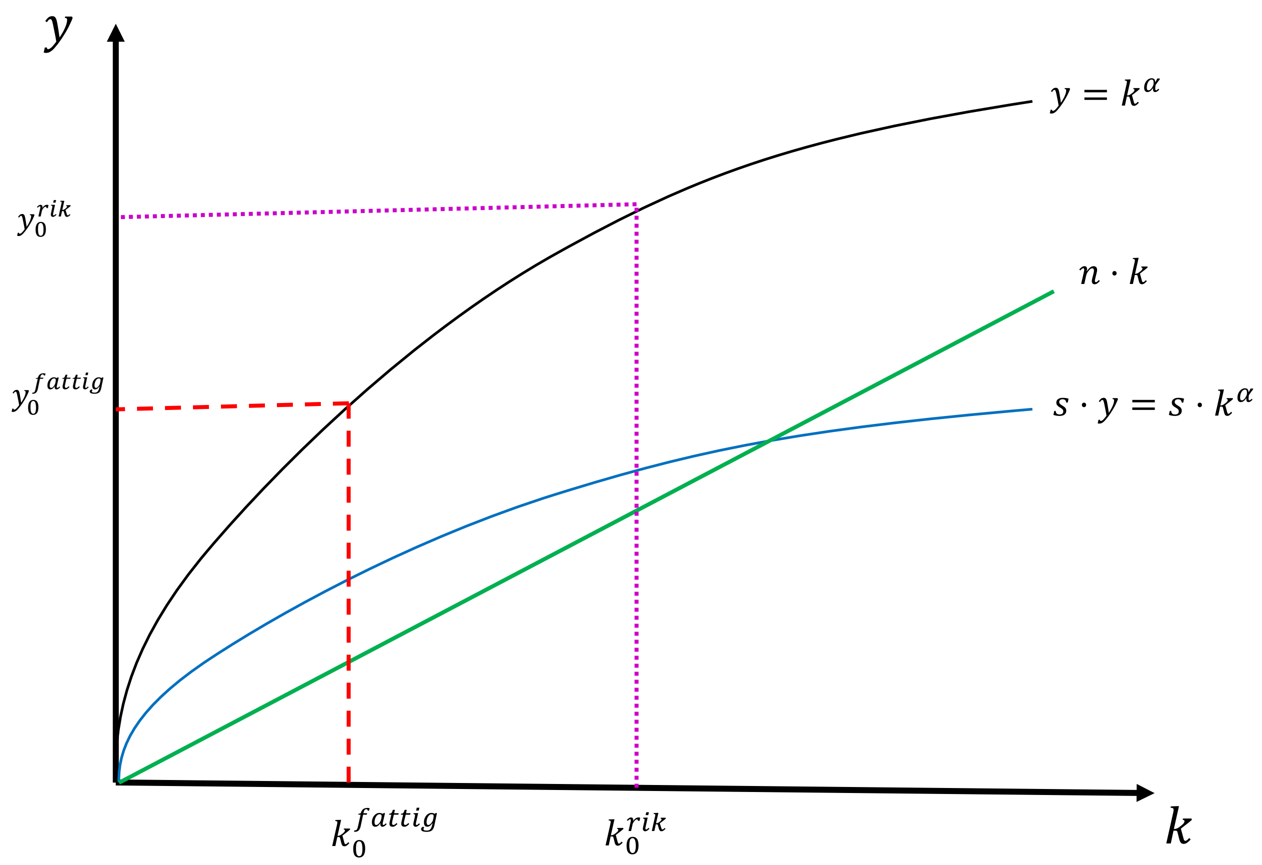
$$g_y^{fattig} > g_y^{rik}$$

- Nivået i BNP per arbeidere på sikt konvergere i de to landene

$$y^{fattig} \rightarrow y^{rik}$$

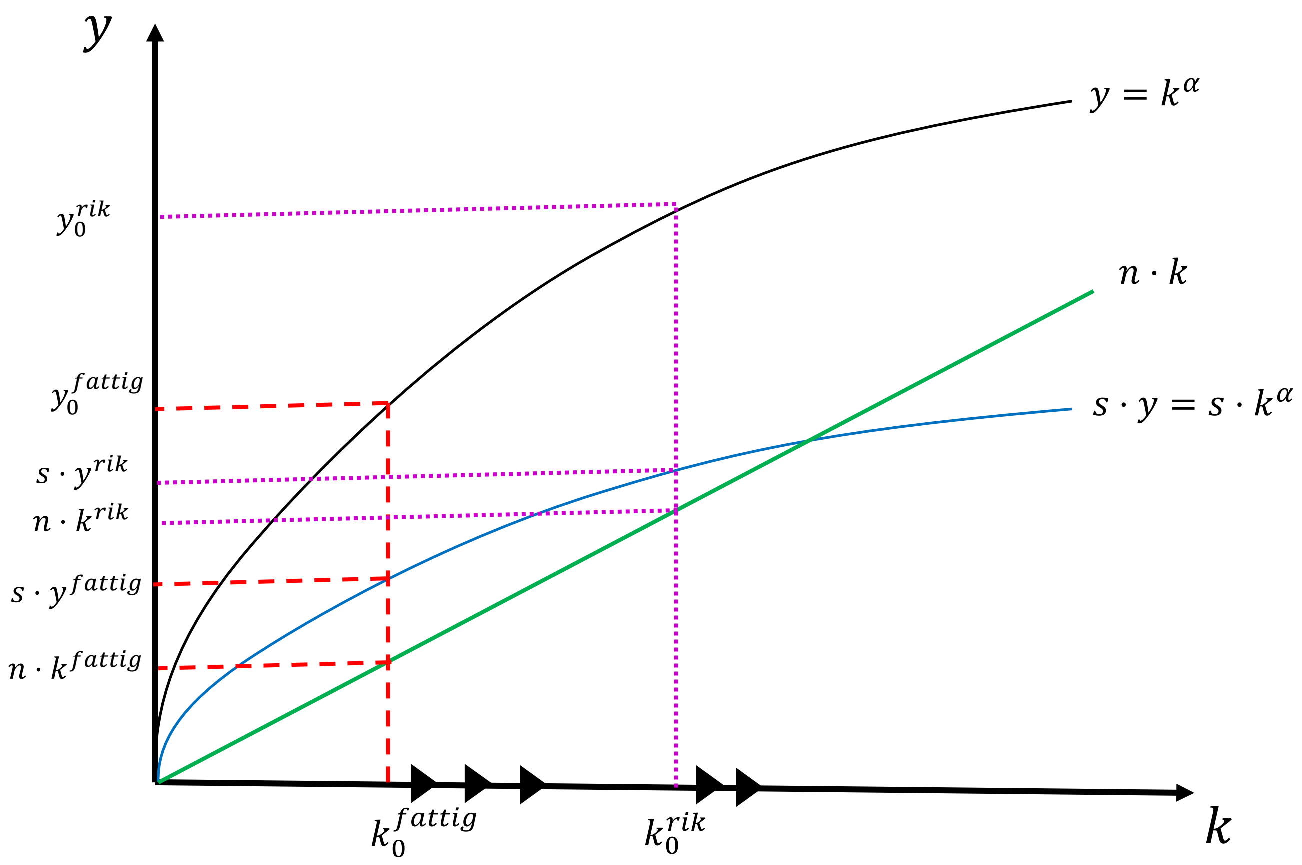
Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

1. Betingelsesløs konvergens



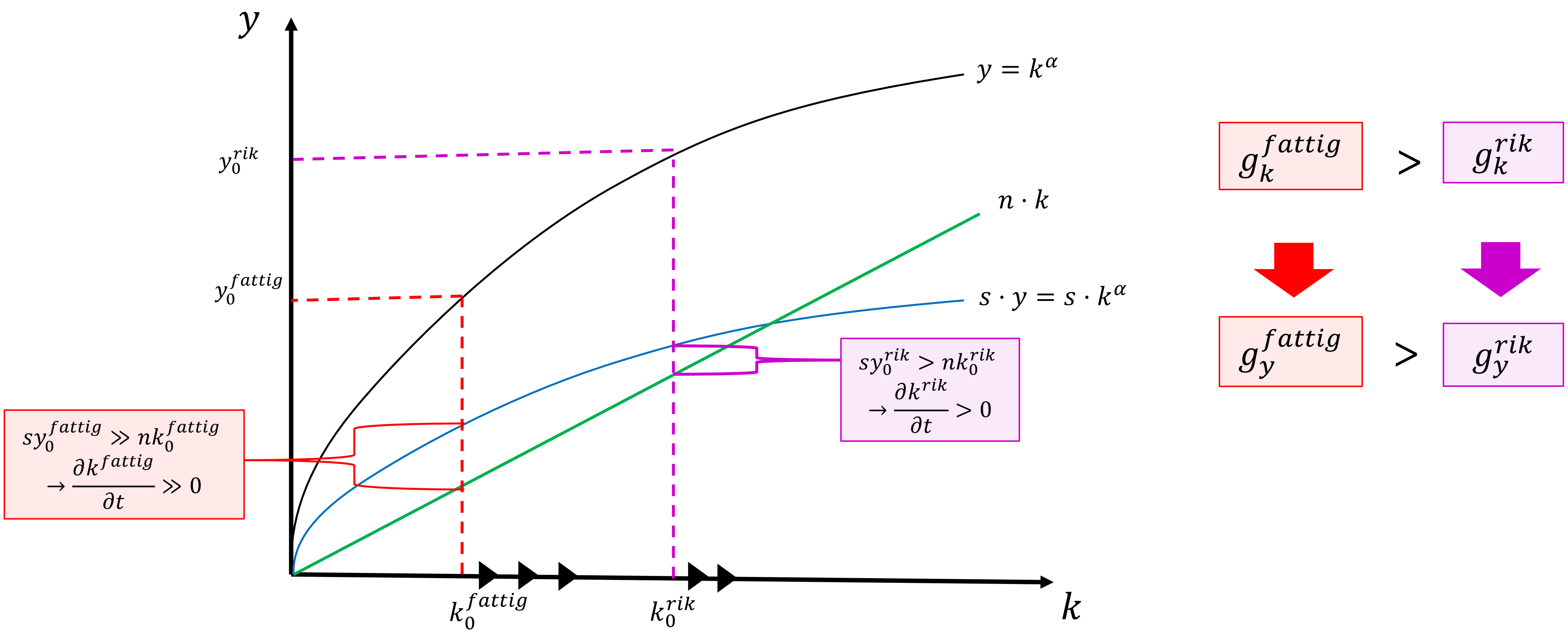
Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

1. Betingelsesløs konvergens



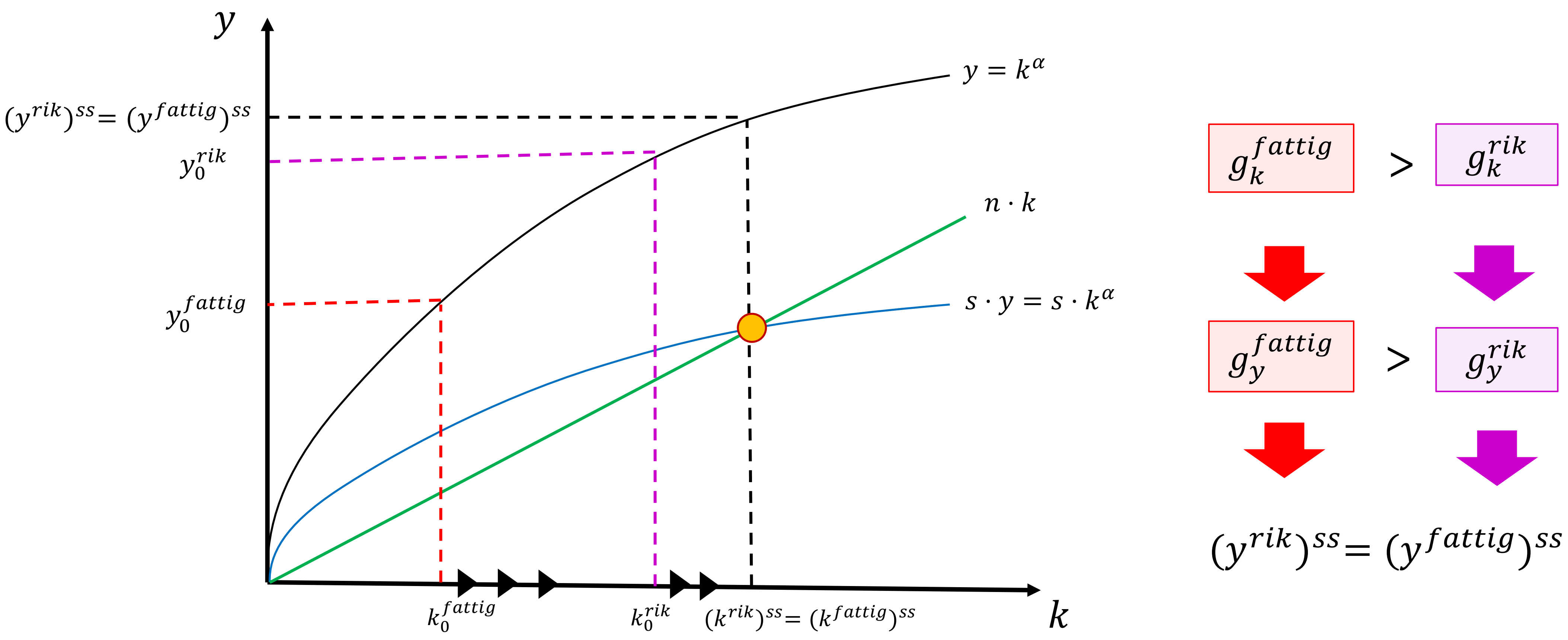
Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

1. Betingelsesløs konvergens



Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

1. Betingelsesløs konvergens



Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

2. Betinget konvergens

Prediksjon:

Dersom to land har samme **produksjonsfunksjon** (f.eks. $Y(t) = K(t)^{\alpha} \cdot L(t)^{1-\alpha}$)

Men ulik nivå på **sparerate** og **befolkningsvekst**…

… vil nivået på BNP per arbeider konvergere, gitt at produksjons-faktorene kan flytte fritt mellom landene (åpen økonomi)

Intuisjon?

Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

2. Betinget konvergens

Eksempel med et fattig og et rikt land:

Malawi:
Lav s, høy n

Lav k^{ss}

Mange arbeidere per kapitalenhet

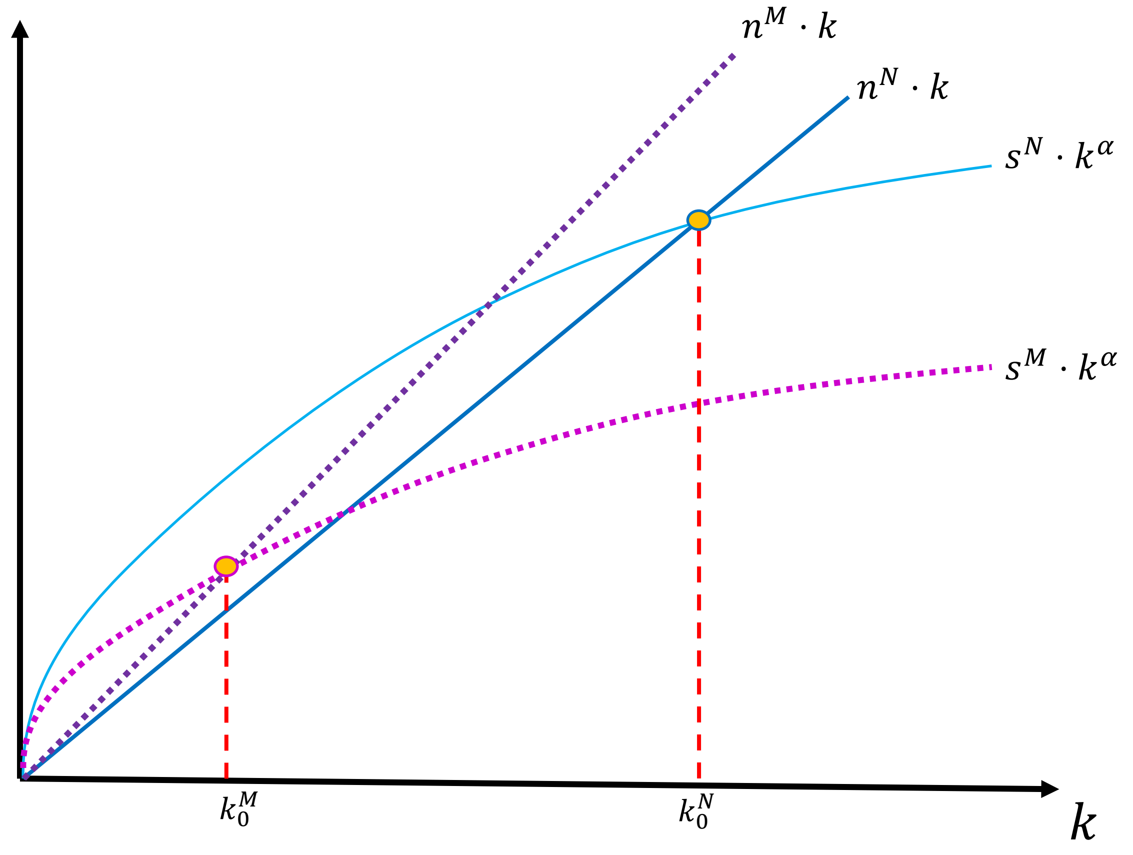
Høy avkastning på kapital
Lav avkastning på arbeid

Norge:
Høy s, lav n

Høy k^{ss}

Få arbeidere per kapitalenhet

Lav avkastning på kapital
Høy avkastning på arbeid



Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

2. Betinget konvergens

Malawi:
Lav s, høy n

Høy avkastning på kapital
Lav avkastning på arbeid

Malawiske arbeidere vil flytte til Norge

$n^M \downarrow$

$n^N \uparrow$

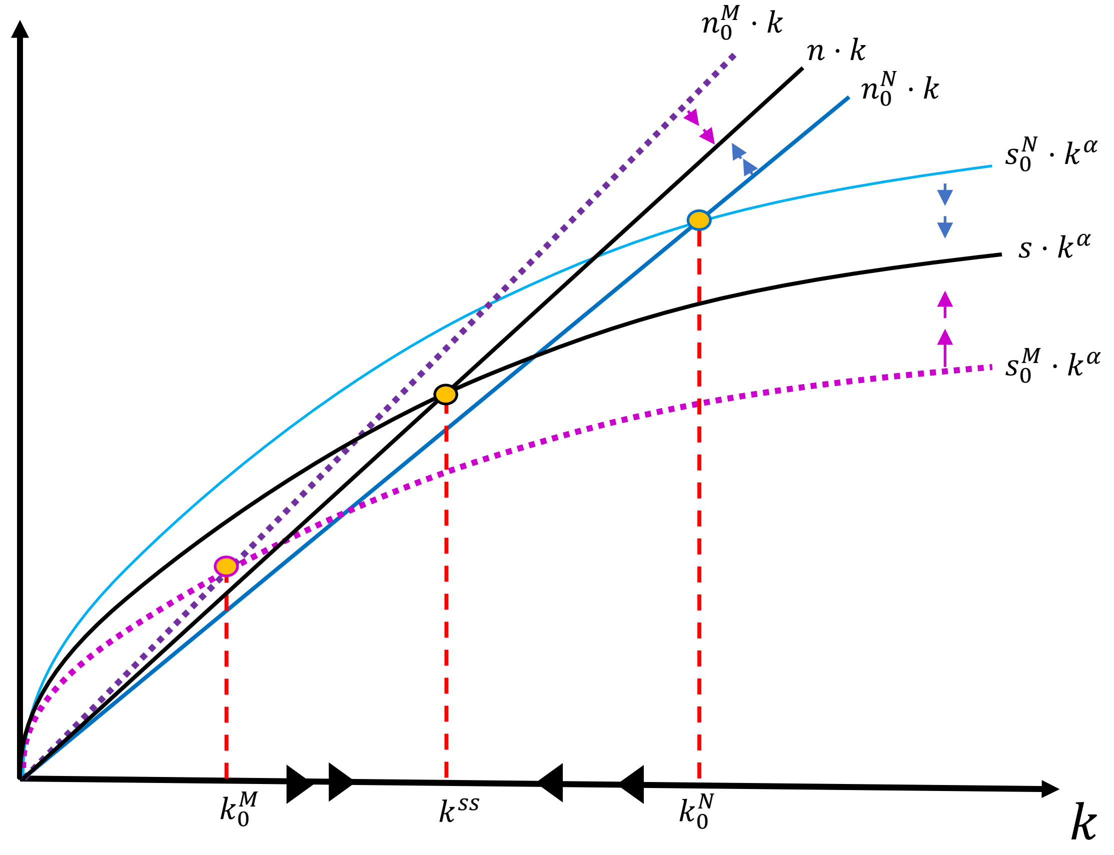
Norge:
Høy s, lav n

Lav avkastning på kapital
Høy avkastning på arbeid

Norske kapitaleiere vil investere i Malawi

$s^N \downarrow$

$s^M \uparrow$



Prediksjoner fra Solowmodellen (BAS) når det kommer til vekst i materiell velferd i fattige og rike land

2. Betinget konvergens

PREDIKSJON

Forskjeller i avkastning på produksjonsfaktorene vil føre til at produksjonsfaktorene flytter dit avkastningen er høyest.

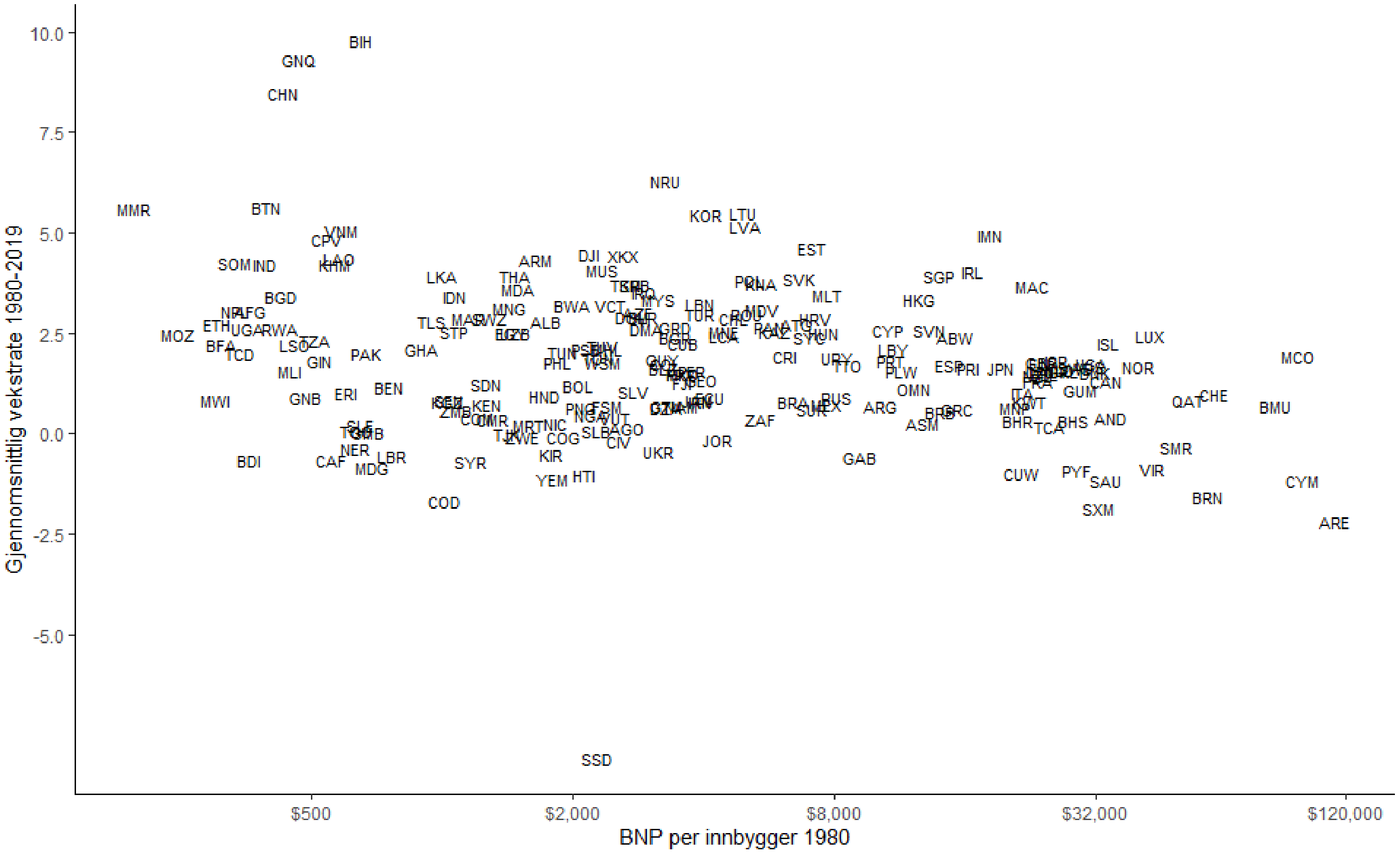
På sikt vil avkastning på produksjonsfaktorene (inntekt), og nivået på produksjon per arbeider utjevnes mellom land.

Hvor gode er prediksjonene?

Land med høy og middels høy inntekt

Hvor gode er prediksjonene?

Alle land



Noe mangler!

Solow-modellen UTEN teknologisk vekst

$Y(t)$ vokser med $K(t)$ og $L(t)$ i, og utenom, steady state

$K(t)$ og $L(t)$ vokser i, og utenom, steady state

$$\frac{\partial K(t)}{\partial t} = s \cdot Y(t), \qquad \frac{\partial L(t)}{\partial t} = n \cdot e^{n \cdot t}$$

I steady state vil kapitalstokken ($K(t)$) vokse med samme rate som arbeidskraften ($L(t)$)

$$g_K = g_L = n \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial k^{ss}}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial y^{ss}}{\partial t} = 0$$

⇨ Vi kan identifisere et unikt nivå på produksjon per arbeider i steady state $y^{ss} = f(k^{ss})$

Solow-modellen MED teknologisk vekst

$Y(t)$ vokser med $K(t), L(t)$ OG med teknologien i, og utenom, steady state

- Selv om kapitalintensiteten er konstant, vil produksjon per arbeider vokse som følge av teknologisk vekst i steady state.

- Vi kan IKKE identifisere et unikt nivå på produksjon per arbeider i steady state

- Vi KAN identifisere vekstraten i produksjon per arbeider i steady state

Pensumboken viser ikke hvordan vi finner denne vekstrate (feil på side 245).

Solow-modellen <u>MED</u> teknologisk vekst

Opplegg:

Fysiske forelesninger ⇨ Fokus på grafisk analyse og intuisjon (økonomisk forklaring)

Videoforelesninger ⇨ Matematiske utledninger

1. Evaluering av effekten av <u>diskrete</u> skift i det teknologiske nivået ($A_0 \rightarrow A_1$) på steady state
2. Evaluering av effekten av vekst i teknologien på vekst i produksjon per arbeider i steady state)

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Antakelser:

- A er eksogent gitt og konstant
- Ingen teknologi (kvalitetsindeks) knyttet til arbeid og kapital
- To produksjonsfaktorer: Kapital (K), og arbeid (L)

Alle andre antagelser er lik

- ★ $L(t) = L_0 e^{nt}$
- ★ $I(t) = S(t)$
- ★ $S(t) = s \cdot Y(t) = \frac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivitet
- ★ Lukket økonomi

Produksjonsfunksjonen for total produksjon:

$$Y(t) = A \cdot F(K(t), L(t))$$

$$Y(t) = A \cdot K(t)^{\alpha} L(t)^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Produksjon per innbygger: $\frac{Y(t)}{L(t)} = y(t)$ $\frac{K(t)}{L(t)} = k(t)$

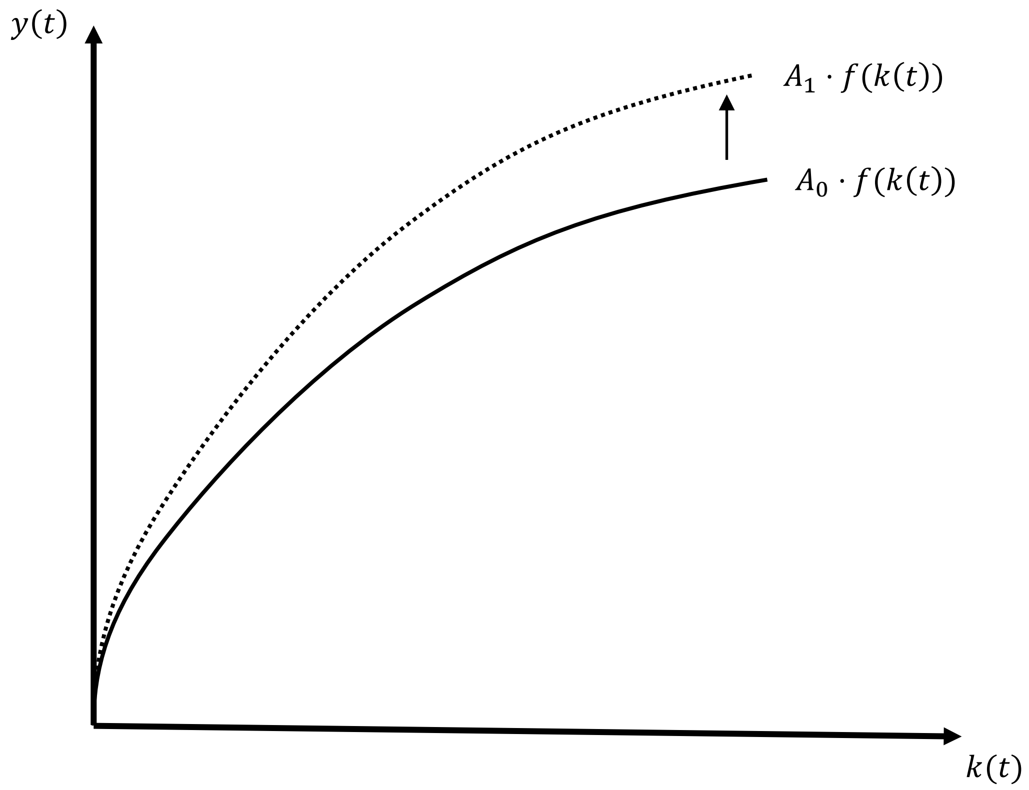
$$y(t) = A \cdot \frac{F\big(K(t), L(t)\big)}{L(t)} \rightarrow y(t) = A \cdot f\big(k(t)\big),$$

$$y(t) = A \cdot \frac{K(t)^{\alpha} L(t)^{1-\alpha}}{L(t)} \rightarrow y(t) = A \cdot k(t)^{\alpha}$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?



En bedre teknologi øker BNP per innbygger ved hver nivå på kapitalintensiteten

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Veksten i produksjon per arbeider drivs fortsatt av vekst i kapitalintensiteten

$$y(t) = A \cdot f\big(k(t)\big) \Rightarrow \frac{\partial y(t)}{\partial t} = A \cdot \frac{\partial f\big(k(t)\big)}{\partial k} \cdot \frac{\partial k(t)}{\partial t}$$

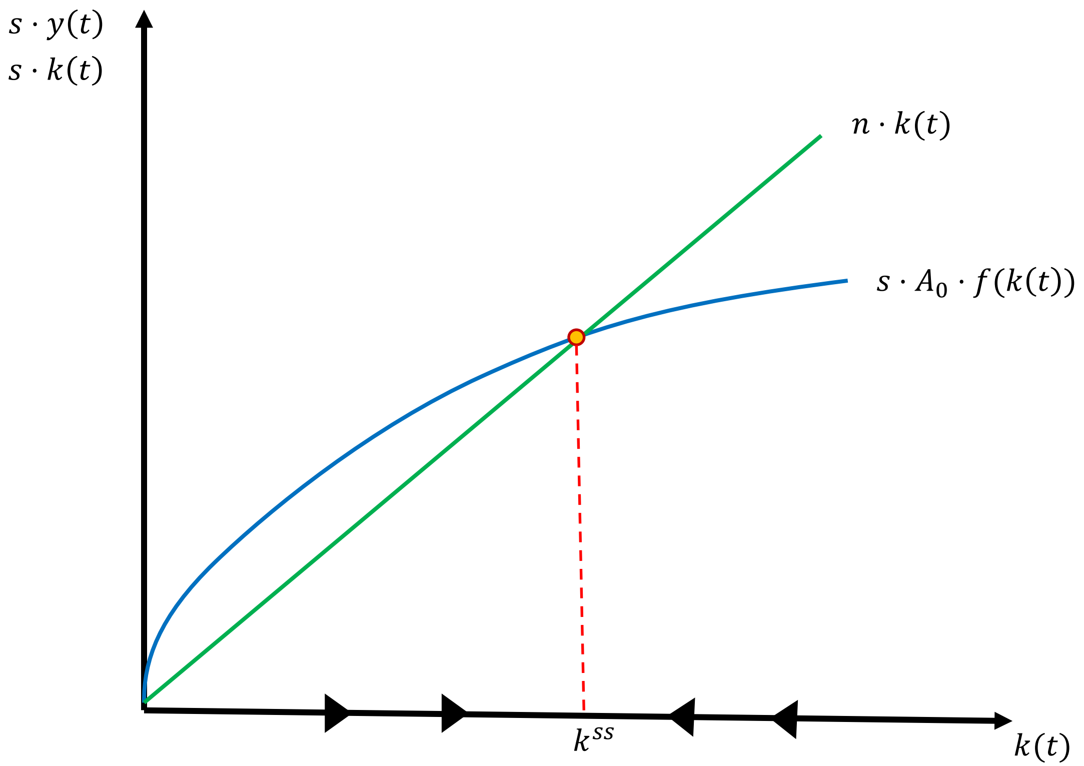
$$y(t) = A \cdot k(t)^{\alpha} \Rightarrow \frac{\partial y(t)}{\partial t} = A \cdot \alpha k(t)^{\alpha-1} \frac{\partial k(t)}{\partial t}$$

Solow-modellen med teknologi

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

<u>Tilpasning til steady state</u>



Om $k < k^{ss}$, vil $\frac{\partial k(t)}{\partial t} > 0 \rightarrow \frac{\partial y(t)}{\partial t} > 0$

Om $k > k^{ss}$, vil $\frac{\partial k(t)}{\partial t} < 0 \rightarrow \frac{\partial y(t)}{\partial t} < 0$

Solow-modellen med teknologi

Endringer i total faktorproduktivitet $(A(t))$

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Steady state

$$\frac{\partial k(t)}{\partial t} = 0$$

Generell produksjonsfunksjon

$$s \cdot y^{ss}(t) = n \cdot k^{ss}$$

$$k^{ss} = f(A, s, n, \alpha)$$

Spesifikk produksjonsfunksjon

$$s \cdot A \cdot (k^{ss})^{\alpha} = n \cdot k^{ss}$$

$$k^{ss} = \left(\frac{s \cdot A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

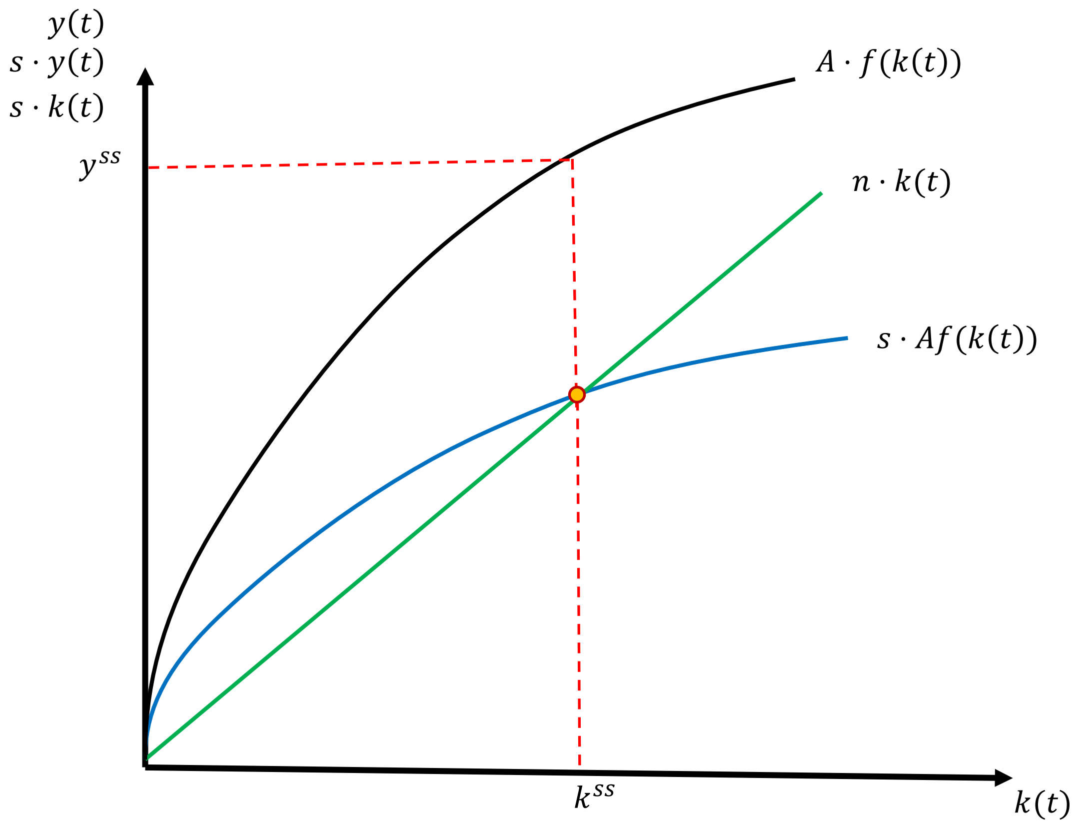
1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Steady state

$$k^{ss} = \left(\frac{s \cdot A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$y^{ss} = A \cdot (k^{ss})^{\alpha}$$

$$y^{ss} = A \cdot \left(\frac{s \cdot A}{n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

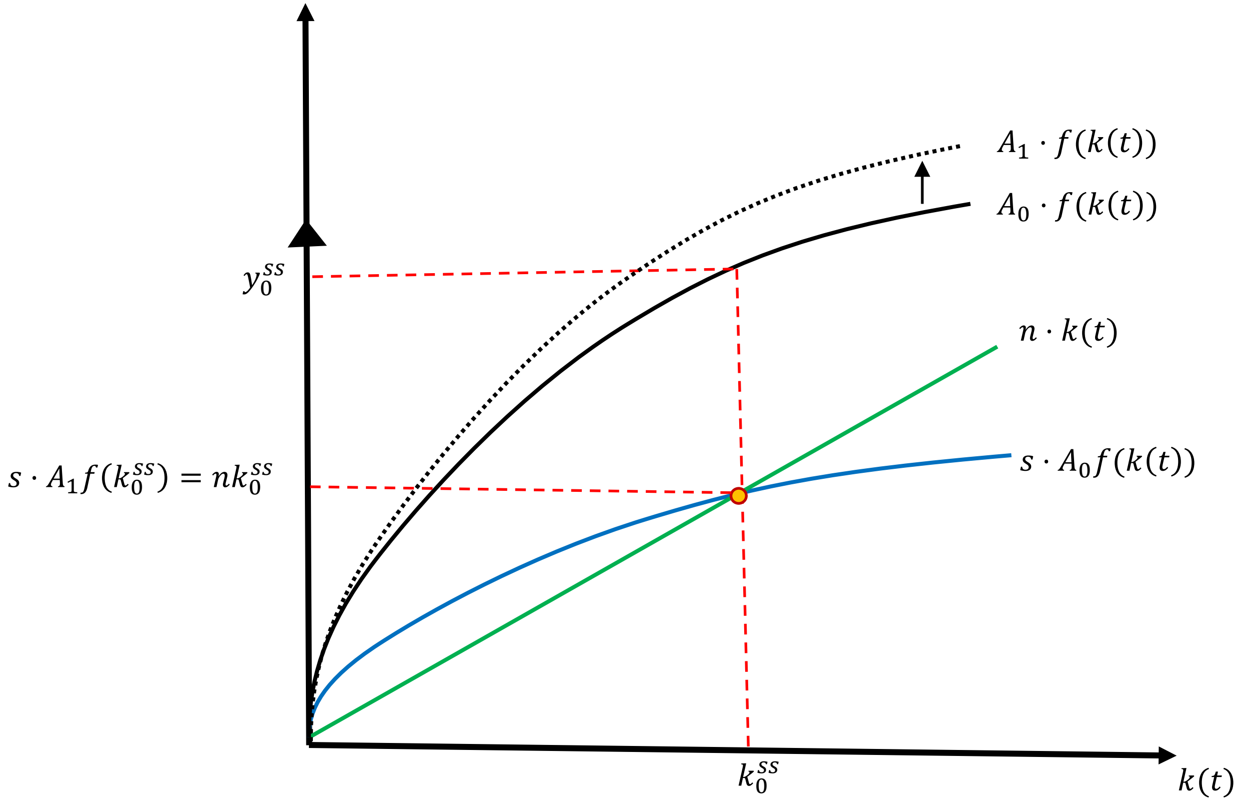


Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Diskrete skift i A

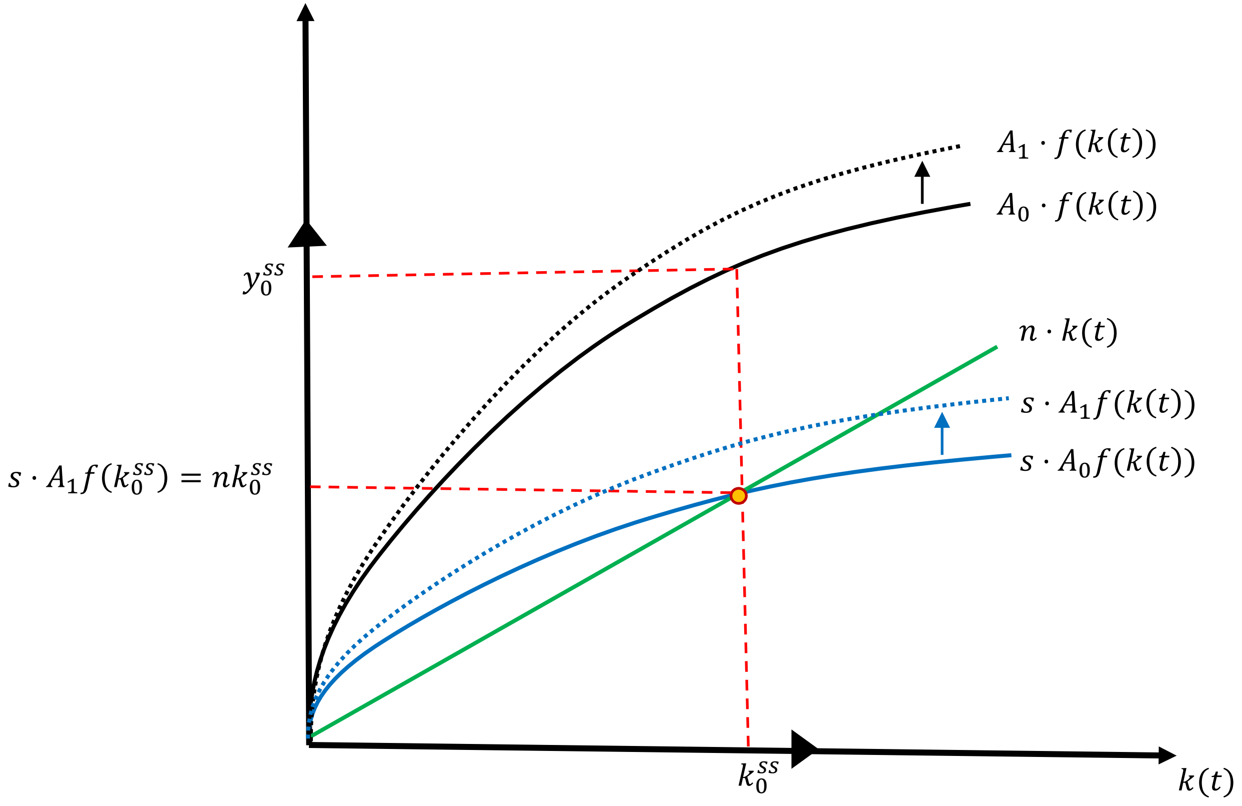


Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

<u>Diskrete skift i A</u>

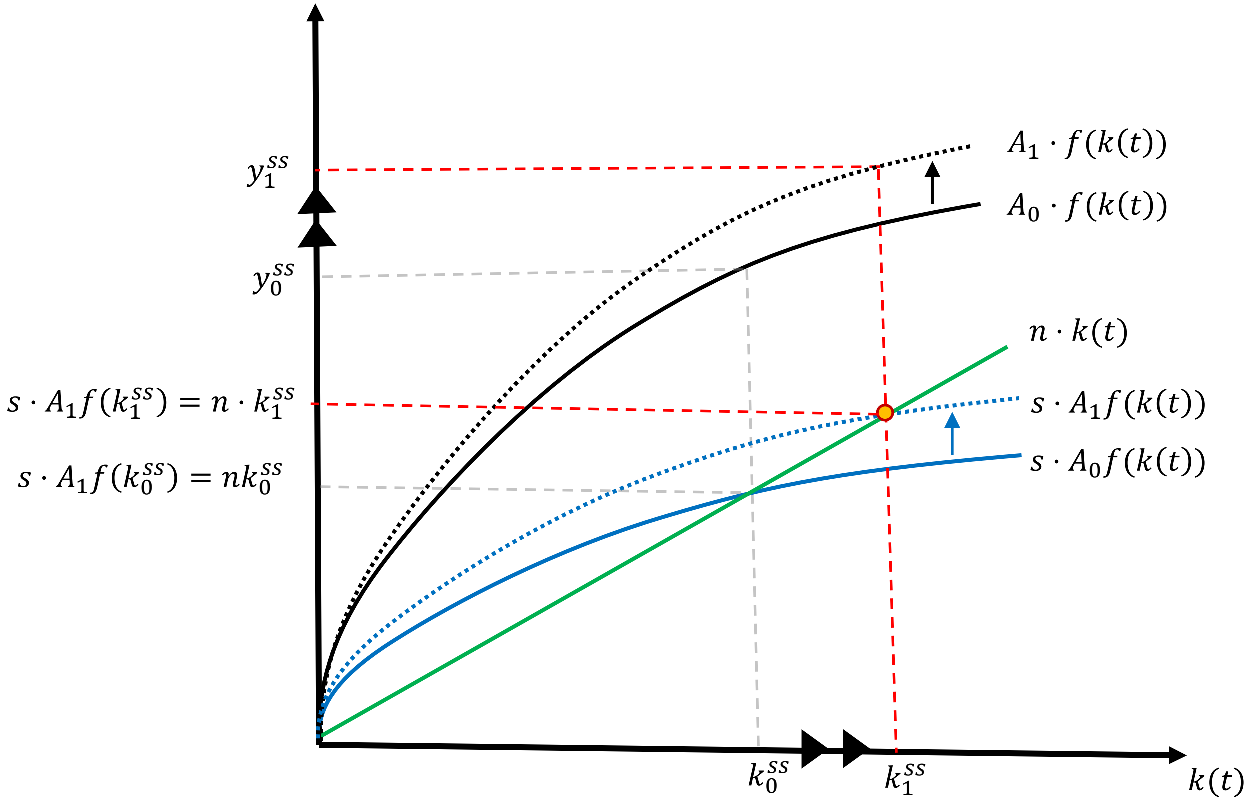


Solow-modellen med teknologisk utvikling

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

1. Hvordan påvirker teknologisk nivå, nivået på materiell velferd?

Diskrete skift i A



Solow-modellen med teknologi

Endringer i total faktorproduktivitet ($A(t)$)

Prediksjon

Dersom teknologien blir bedre, vil produksjon per arbeider øke

To mekanismer:

Direkte effekt: Produktiviteten til kapital og arbeid øker. Økonomien kan produsere mer ved gitte ressurser.

Indirekte effekt: Økt produktivitet i kapitalintensiteten fører til høyere faktiske nettoinvesteringer, hvilket fører til økt kapitalintensitet og derved til høyere produktivitet til arbeidskraften.

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Total produksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot K(t)^{\alpha} L(t)^{1-\alpha}, \qquad 0 < \alpha < 1$$

Produksjon per innbygger:

$$y(t) = A(t) \cdot k(t)^{\alpha}$$

Vekstrate i produksjon per innbygger:

$$g_y(t) = g_A + \alpha g_k(t)$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Vekstrate i produksjon per innbygger (i og utenom steady state):

$$g_y(t) = g_A + \alpha g_k(t)$$

$$g_k(t) = s \cdot \frac{y}{k} - n$$

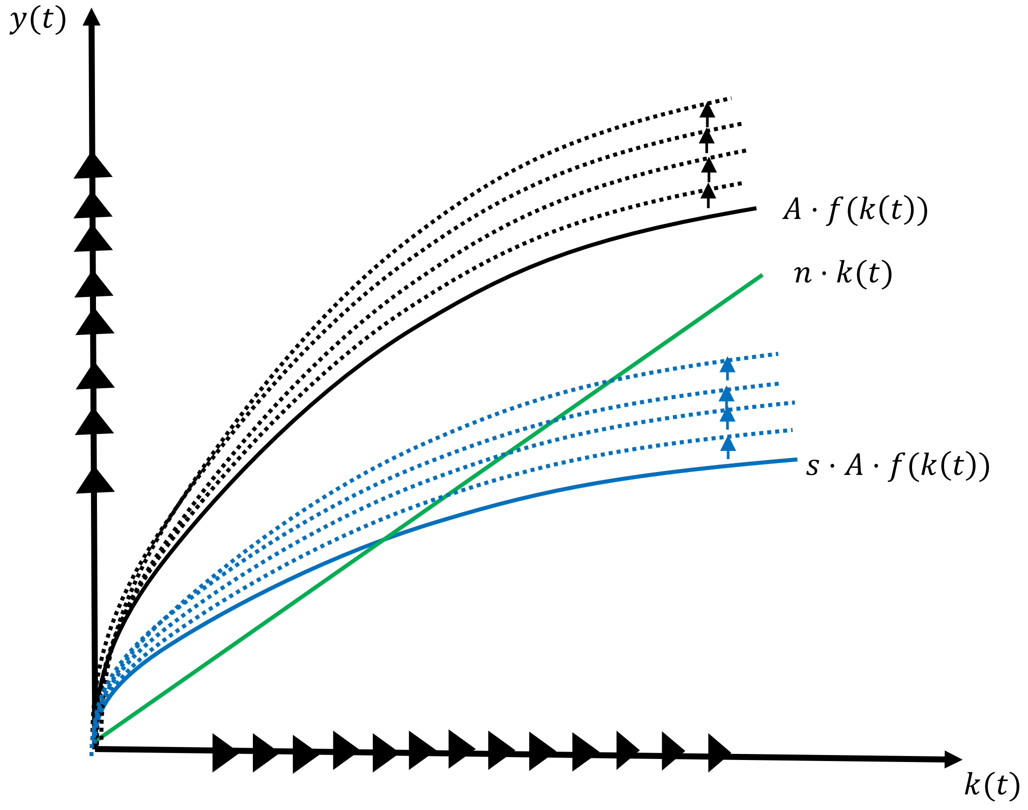
$$g_k(t) = \frac{s \cdot A_0 e^{g_A t}}{k^{1-\alpha}} - n$$

$$g_y(t) = \boxed{g_A} + \alpha \cdot \left(\frac{s \cdot A_0 e^{\boxed{g_A t}}}{k^{1-\alpha}} - n \right)$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Steady state:



Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

<u>Steady state:</u>

Produksjon per arbeider vokser langs ved en balansert vekstbane (konstant vekstrate)

Pensumboken viser <u>ikke</u> hvordan vi finner denne vekstrate (feil på side 245).

For å finne g_y^{ss} vil vi benytte at $\frac{K(t)}{Y(t)}$ vil være konstant i steady state (se video-forelesning)

Se video!

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Utledning av vekstraten i steady state:

Transformasjon av total produksjon

$$Y(t) = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{K(t)}{Y(t)}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} L(t)$$

Transformasjon av produksjon per innbygger:

$$y(t) = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{K(t)}{Y(t)}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Vekstrate i produksjon per innbygger:

$$g_y(t) = \frac{1}{1-\alpha} g_A + \frac{\alpha}{1-\alpha} g_{\frac{K}{Y}}(t)$$

Se video!

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Vekstrate i steady state:

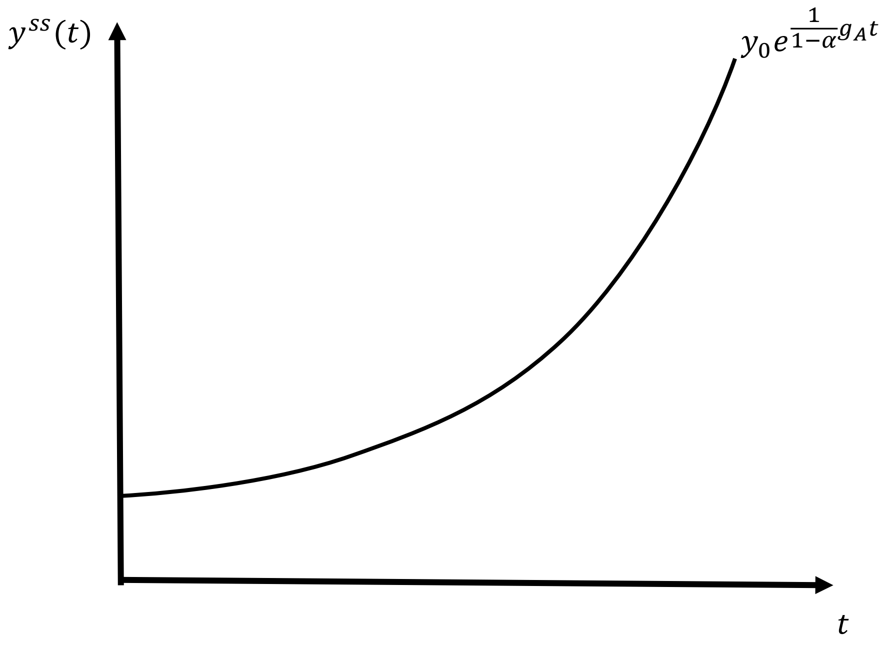
$$\left(\frac{K(t)}{Y(t)}\right)^{ss} = konstant \;\rightarrow\; g_{\frac{K}{Y}}^{ss} = 0$$

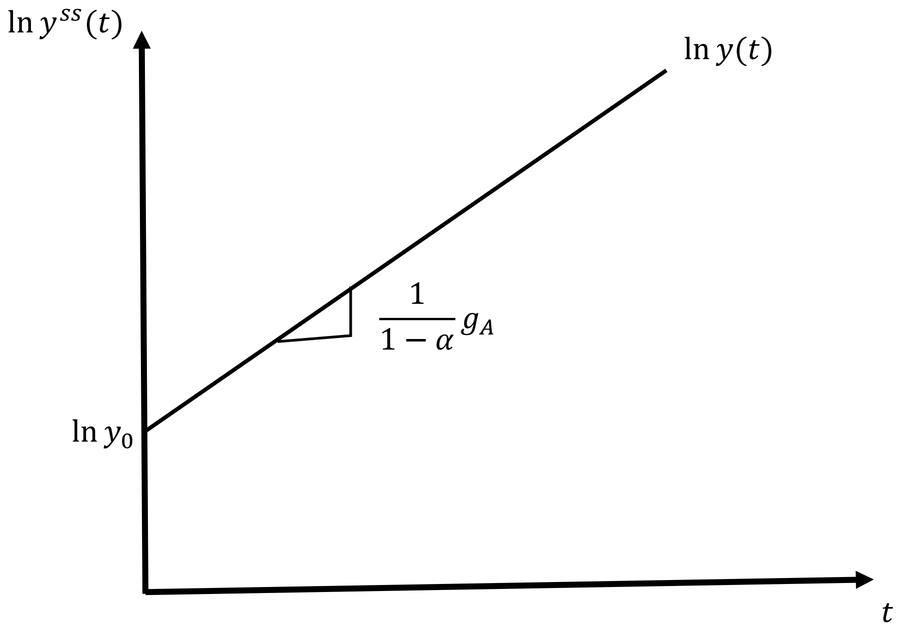
$$g_y^{ss}(t) = \frac{1}{1-\alpha} g_A$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i total faktorproduktivitet ($A(t) = A_0 e^{g_A t}$)

Steady state:





Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital $(q_K(t), q_K(t))$

Generell produksjonsfunksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot F(\underbrace{q_K(t) \cdot K(t)}_{\underline{K}(t)}, \underbrace{q_L(t) \cdot L(t)}_{\underline{L}(t)})$$

Spesifikk produksjonsfunksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot (q_K(t) \cdot K(t))^{\alpha} (q_L(t) \cdot L(t))^{1-\alpha}$$

Alle andre antagelser er lik

- ★ $L(t) = L_0 e^{nt}$
- ★ $I(t) = S(t)$
- ★ $S(t) = s \cdot Y(t) = \dfrac{\partial K(t)}{\partial t}$
- ★ Konstant skala-utbytte
- ★ Avtakende grenseproduktivitet
- ★ Lukket økonomi

$A(t)$	$= A_0 \cdot e^{g_A t}$	Total faktorproduktivitet (Hicks-netural teknologi)	Vekstrate: g_A
$q_K(t)$	$= e^{jt}$	Kvalitetsindeks til kapital	Vekstrate: j
$q_L(t)$	$= e^{mt}$	Kvalitetsindeks til arbeid (Harrod-neutral teknologi)	Vekstrate: m

Se video!

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital $(q_K(t), q_K(t))$

Total produksjon

$$Y(t) = A(t) \cdot \left(q_K(t) \cdot K(t)\right)^{\alpha} (q_L(t) \cdot L(t))^{1-\alpha}$$

Produksjon per innbygger:

$$y(t) = A(t) \cdot q_K(t)^{\alpha} \cdot q_L(t)^{1-\alpha} \cdot k(t)^{\alpha}$$

$$y(t) = A_0 \cdot e^{g_A t} \cdot \ e^{\alpha j t} \cdot e^{(1-\alpha) m t} \cdot k(t)^{\alpha}$$

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + (1-\alpha) m) t} \cdot k(t)^{\alpha}$$

$$A(t) = A_0 e^{g_A t}$$

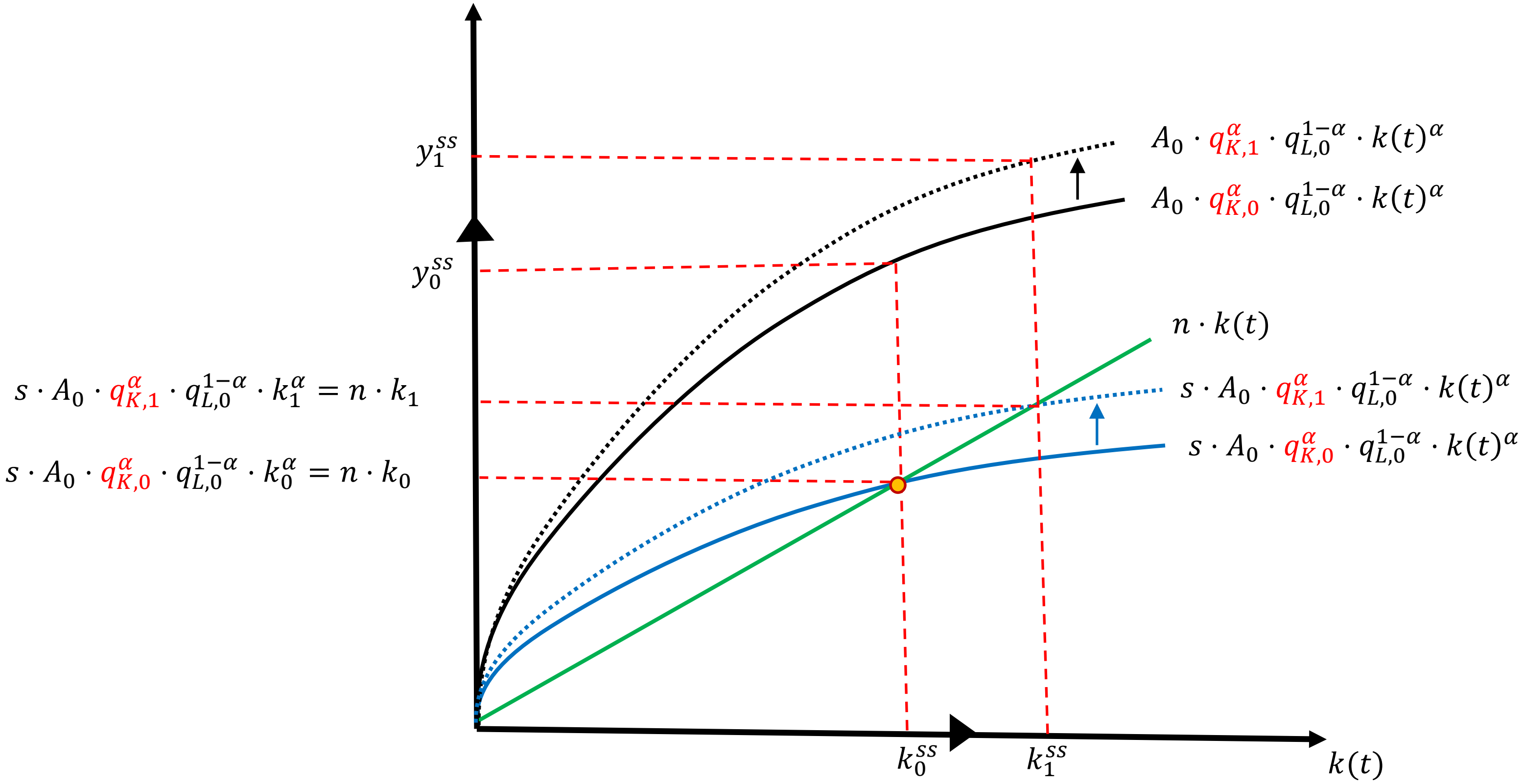
$$q_K(t) = \ e^{jt}$$

$$q_L(t) = \ e^{mt}$$

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital $(q_K(t), q_K(t))$

<u>Effekt av en (diskret) økning i kvaliteten til kapital:</u> $q_{K,0} \rightarrow q_{K,1}$



Se video!

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital $(q_K(t), q_K(t))$

Produksjon per innbygger:

$$y(t) = A_0 \cdot e^{(g_A + \alpha j + (1-\alpha)m)t} \cdot k(t)^{\alpha}$$

Vekstrate i produksjon per innbygger (i og utenom steady state):

$$g_y(t) = g_A + aj + (1-\alpha)m + \alpha g_k(t)$$

$$g_y(t) = \boxed{g_A + aj + (1-\alpha)m} + \alpha \cdot \left(\frac{s \cdot A_0 \boxed{e^{(g_A + \alpha j + (1-\alpha)m)t}}}{k^{1-\alpha}} - n \right)$$

Se video!

Solow-modellen med teknologisk utvikling

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital $(q_K(t), q_K(t))$

Steady state:

Samme transformasjon som ved vekst i teknologien

$$y(t) = A_0^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot e^{\left(\frac{g_A+\alpha j+(1-\alpha)m}{1-\alpha}\right)t} \cdot \left(\frac{K(t)}{Y(t)}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$\frac{K(t)}{Y(t)}$ Er konstant i steady state

$\left(g_{\frac{K}{Y}}\right)^{ss} = 0$

Vekstrate i produksjon per innbygger i steady state:

$$g_y^{ss}(t) = \frac{(g_A + aj + (1-\alpha)m)}{1-\alpha}$$

Solow-modellen med teknologi

Vekst i kvaliteten til arbeid og kapital ($q_K(t), q_K(t)$)

Prediksjon

Dersom teknologien og/eller kvaliteten til arbeid og kapital blir bedre, vil produksjon per arbeider øke

To mekanismer:

Direkte effekt: Produktiviteten til kapital og arbeid øker. Økonomien kan produsere mer ved gitte ressurser.

Indirekte effekt: Økt produktivitet i kapitalintensiteten fører til høyere faktiske nettoinvesteringer, hvilket fører til økt kapitalintensitet og derved til høyere produktivitet til arbeidskraften.

Effekten av en økning i kvaliteten til kapital og arbeid, på vekstraten til produksjon per arbeider, avhenger den partielle produksjonselastisiteten til produksjonsfaktoren

Solow-modellen med teknologisk utvikling $(A(t), q_K(t), q_L(t))$

Viktig konklusjon

Teknologisk utvikling og bedre kvalitet i produksjonsfaktorene, fører til at produksjonsfaktorene kan utnyttes mer effektivt. Vi kan produsere mer, med samme mengde ressurser.

Viktige spørsmål

Hva fører til at total faktorproduktivitet øker?

Hva fører til økt kvalitet i arbeid og kapital?

Hva kan politiker gjøre for å øke total faktorproduktivitet og kvaliteten til arbeid og kapital?